Les suites numériques

Généralités sur les suites

a) Définition et notations

Définition

On appelle suite numérique toute fonction numérique définie sur $\mathbb{N}$ ou sur l'ensemble des entiers supérieurs à un certain entier naturel n_0.

Notions

La suite est notée respectivement $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ou $(u_n)_{n\geq n_0}$ ou plus simplement, Le terme de rang n est noté u_n.

b) Vocabulaire

Définition

Soit (u_n) une suite définie sur l'ensemble des entiers supérieurs à un certain entier naturel n_0.
On dit que :

- la suite (u_n) est croissante si pour tout $n \geq n_0$, $u_{n+1} \geq u_n$;
- la suite (u_n) est strictement croissante si pour tout $n \geq n_0$, $u_{n+1} > u_n$;
- la suite (u_n) est décroissante si pour tout $n \geq n_0$, $u_{n+1} \leq u_n$;
- la suite (u_n) est strictement décroissante si pour tout $n \geq n_0$, $u_{n+1} < u_n$;
- la suite (u_n) est constante si pour tout $n \geq n_0$; $u_{n+1} = u_n$;
- si une suite est croissante ou décroissante, on dit qu'elle est monotone.

Définition

Soit (u_n) une suite définie pour $n \geq n_0$. On dit que :

la suite (u_n) est majorée s'il existe un réel M tel que pour tout $n \geq n_0$, $u_n \leq M$;

- la suite (u_n) est minorée s'il existe un réel m tel que pour tout $n \geq n_0$, $u_n \geq m$;
- la suite (u_n) est bornée si elle est à la fois majorée et minorée.

Propriétés

Propriété 1

Propriété Soit (u_n) une suite définie pour $n \geq n_0$.

- Si (u_n) est croissante alors pour tout $n \geq p \geq n_0$ on a $u_n \geq u_p$.
- Si (u_n) est décroissante alors pour tout $n \geq p \geq n_0$ on a $u_n \leq u_p$.

➲ Propriété 2

Soit (u_n) une suite définie pour $n \geq n_0$ par $u_n = f(u_n)$ où f est une fonction définie sur $[n_0, +\infty[$.

- Si f est croissante sur $[n_0, +\infty[$ alors (u_n) est croissante.
- Si f est décroissante sur $[n_0, +\infty[$ alors (u_n) est décroissante.

La réciproque de ces résultats est fausse.