

Forme trigonométrique

Définition

Lorsqu'un nombre complexe non nul z est écrit sous la forme $z = |z|(\cos\theta + i\sin\theta)$, on dit que le nombre z est écrit sous forme trigonométrique.

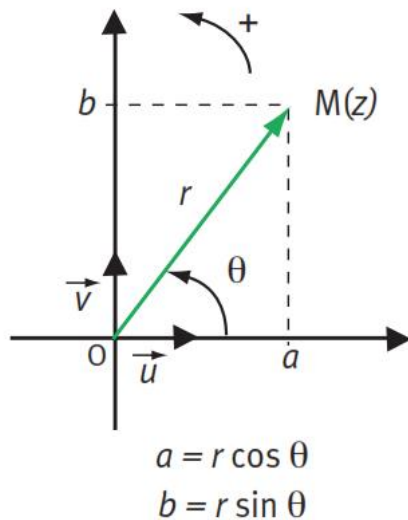
Propriété

Égalité de deux nombres écrits sous forme trigonométrique

Deux nombres complexes non nuls sont égaux si et seulement si ils ont même module et même argument (à 2π près).

Passage de la forme algébrique à la forme trigonométrique et inversement.

$$z = a + ib = r(\cos\theta + i\sin\theta) = r\cos\theta + ir\sin\theta :$$



$$\begin{cases} r = \sqrt{a^2 + b^2} \\ \cos\theta = \frac{a}{r} \text{ et } \sin\theta = \frac{b}{r} \end{cases} \text{ et } \begin{cases} a = r \cos\theta \\ b = r \sin\theta \end{cases}$$

Propriété

La forme trigonométrique et les produits, puissances et quotients

Soit trois nombres complexes non nuls z , z_1 et z_2 , et soit n un entier naturel.

- Produit : $|z_1 z_2| = |z_1| \times |z_2|$ et $\arg(z_1 z_2) = \arg(z_1) + \arg(z_2)$.
- Inverse : $\left| \frac{1}{z} \right| = \frac{1}{|z|}$ et $\arg\left(\frac{1}{z}\right) = -\arg(z)$.
- Quotient : $\left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$ et $\arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = \arg(z_1) - \arg(z_2)$.
- Puissance : $|z^n| = |z|^n$ et $\arg(z^n) = n \arg(z)$.